

Schlaue Leute werden durch die Fehler von anderen klug

Aufgabe 6

Ein Schüler steckt vor seiner Mathematikprüfung zwei gleiche Bonbon-Schachteln in seine Tasche. In jeder Schachtel befinden sich 10 Bonbons. Jedes Mal, wenn er sich unsicher fühlt, greift er zufällig nach einer Schachtel und nimmt sich einen Bonbon. Irgendwann merkt er, dass eine Schachtel leer ist – und zwar, als er sich den letzten Bonbon herausnimmt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich dann in der anderen Schachtel noch genau 5 Bonbons?

1. Lösungsweg

Das Ereignis tritt ein, wenn der Schüler 10-mal die eine und 5-mal die andere Schachtel gewählt hat. Damit ist

$$\binom{10}{10} \cdot \binom{10}{5} = 252$$

die Anzahl der günstigen Fälle.

Es sind insgesamt $10 + 10 = 20$ Bonbons. Von 20 Bonbons kann man 15 insgesamt auf

$$\binom{20}{15} = 15\,504$$

Arten wählen. Dies ist die Anzahl der möglichen Fälle. Aus der Definition folgt damit

$$P(E) = \frac{252}{15\,504} = \frac{21}{1\,292}.$$

Antwort: Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{21}{1\,292}$.

2. Lösungsweg

Das Phänomen kann als eine Bernoulli-Kette der Länge 15 aufgefasst werden. „Treffer“ bedeutet, dass der Schüler jene Schachtel wählt, die als erste leer wird. Es gilt somit $p = \frac{1}{2}$, $q = \frac{1}{2}$ und $k = 10$. Mit der Formel von Bernoulli erhalten wir

$$P(E) = \binom{15}{10} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{3\,003}{32\,768}.$$

Antwort: Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{3\,003}{32\,768}$.

Die zwei Lösungswege haben zu zwei unterschiedlichen Ergebnissen geführt.

Widerspruch! – Was ist richtig? Was ist falsch? Warum?