

Schlaue Leute werden durch die Fehler von anderen klug

Aufgabe 3

In wie vielen Punkten schneiden sich die Diagonalen eines Sechsecks?

Anmerkung: Es werden nur die Schnittpunkte im Inneren des Sechsecks betrachtet.

1. Lösungsweg

Die 6 Eckpunkte kann man auf $\binom{6}{2} = 15$ Arten verbinden. Davon sind 6 Seiten und 9 Diagonalen ($15 - 6$). Zwei Diagonalen bestimmen einen Schnittpunkt. Die 9 Diagonalen schneiden sich in $\binom{9}{2} = 36$ Punkten. Von diesen müssen wir noch die 6 Eckpunkte abziehen:

$$36 - 6 = 30$$

Antwort: Die Diagonalen eines Sechsecks schneiden sich in **30** Punkten.

2. Lösungsweg

Ein Schnittpunkt ist durch zwei Diagonalen eindeutig bestimmt. Zwei Diagonalen sind durch die zugehörigen vier Eckpunkte eindeutig bestimmt. Daraus folgt, dass vier Eckpunkte eindeutig einen Schnittpunkt bestimmen. Insgesamt gibt es somit

$$\binom{6}{4} = 15$$

Schnittpunkte.

Antwort: Die Diagonalen eines Sechsecks schneiden sich in **15** Punkten.

3. Lösungsweg

Wir zeichnen ein Sechseck samt Diagonalen und zählen die Schnittpunkte. Das Zusammenzählen ergibt genau 13 Schnittpunkte.

Antwort: Die Diagonalen eines Sechsecks schneiden sich in **13** Punkten.

Die drei Lösungswege haben zu unterschiedlichen Ergebnissen geführt.

Widerspruch! – Was ist richtig? Was ist falsch? Warum?

